Física 1 - 2020-1 - Noturno

Lista 3

Professores: Valentina Martelli e Gabriel Landi

Data de entrega: 03/05 (domingo)

Para a resolução da lista, deixe bem claro o ponto de partida; diga explicitamente como você interpretou do enunciado e/ou faça diagramas. Especifique sua escolha de referencial. Na hora de escrever a resposta, não se esqueça das unidades. E use algarismos significativos. Incentivamos que você discuta os problemas com seus colegas. Mas lembre-se: a redação final é *individual*. A entrega das listas (digitalizadas) é realizada diretamente enviando ao Professor/Professora responsável da sua turma.

1. **(0,5 ponto) Loop:** Um bloco escorrega sobre uma superfície sem atrito ao longo de um trilho de perfil circular, como descrito na Figura 1. O movimento do bloco é rápido o suficiente para impedir que ele perca contato com o trilho. Relacione os pontos A, B, C e D, indicados na Figura, com os respectivos diagramas de corpo livre reportados de baixo. Justifique as suas escolhas.

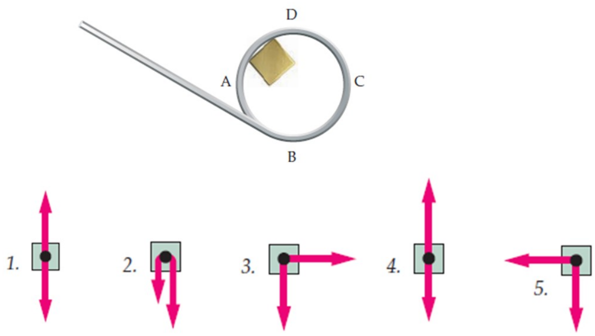

Figura 1

Solução: As forças que atuam sobre o bloco são o seu próprio peso e a reação vincular do trilho. A reação vincular será somente perpendicular à superfície, pois não tem atrito.

Ponto (A): O peso é orientado para baixo e a força normal para direita. O diagrama de corpo livre (3) representa a situação.

Ponto (B): O peso é orientado para baixo e a força normal para acima. A força normal tem módulo maior do que a força-peso e a diferença entre elas é a força centrípeta. O diagrama (4) representa a situação.

Ponto (C): O peso é orientado para baixo e a força normal para esquerda. A força normal é a força centrípeta. O diagrama (5) portanto representa a situação.

Ponto (D): A força peso e a força normal estão direcionadas para baixo. A soma delas é a força centrípeta. O diagrama (2) portanto representa a situação.

2. **(1 ponto) Bloquinho num plano inclinado:** Um bloco de massa m é projetado com uma velocidade inicial de módulo 8.0 m/s, para cima em uma rampa com

inclinação de 30°. O coeficiente de atrito cinético entre a rampa e o bloco é 0.30.

(a) Qual é a distância que o bloco percorre sobre a rampa antes de parar?

(b) Depois chegar no ponto mais alto, ou o bloco vai ficar parado ou voltará deslizando. Qual é o menor coeficiente de atrito estático, entre o bloco e a rampa, capaz de evitar que o bloco escorregue de volta?

(c) Supondo que ele volte a deslizar para baixo, qual será a aceleração do bloco? Note como a aceleração na descida é diferente da aceleração na subida. Explique de forma simples por que isso deve ocorrer.

Solução: Escolhemos um referencial como na Figura 2 (a). A aceleração do bloco é determinada pela força de atrito cinético $\vec{f}_k$ e pela componente x da força peso $\vec{F}_g$.

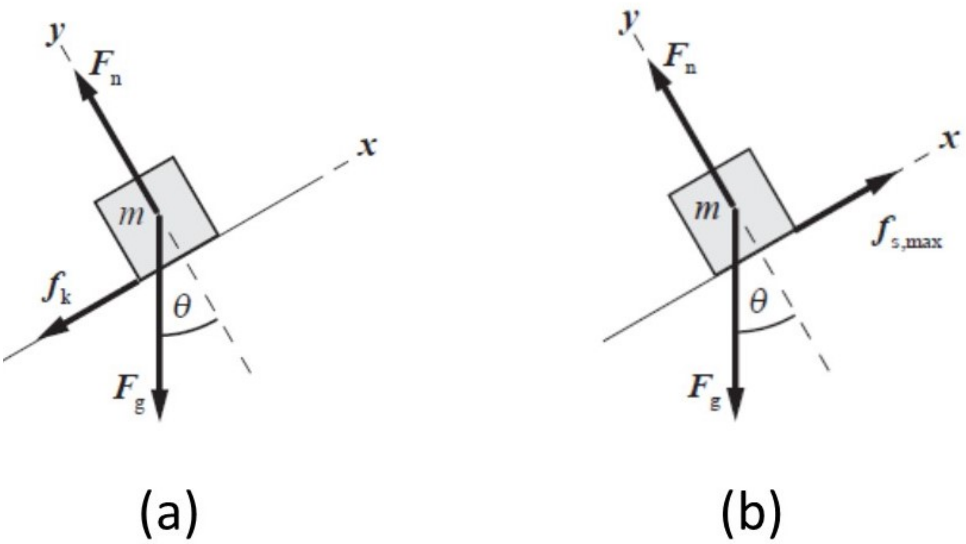

Figura 2

(a) Sabendo que temos uma aceleração constante, podemos escrever:

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x\Delta x$$

Quando o bloco chega no ponto mais alto, $v_x = 0$, de onde obtemos:

$$0 = v_{0x}^2 + 2a_x\Delta x \implies \Delta x = \frac{-v_{0x}^2}{2a_x}$$

Aplicando a segunda lei de Newton ao bloco $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ e projetando nos dois eixos x e y:

$$\sum F_x = -f_k - F_g \sin(\theta) = ma_x$$

$$\sum F_y = F_n - F_g \cos(\theta) = 0$$

Substituindo $f_k = \mu_k F_n$ e $F_g = mg$ obtemos

$$-\mu_k F_n - mg\sin(\theta) = ma_x$$

$$F_n = mg\cos(\theta)$$

Combinando as duas equações e resolvendo para a_x, obtemos:

$$a_x = -g(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)$$

Finalmente, substituindo na equação para Δx chegamos a:

$$\Delta x = \frac{v_{0x}^2}{2(\mu_k \cos\theta + \sin\theta)g}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\Delta x = \frac{(8.0\ m/s)^2}{2[(0.3)\cos 30^o + \sin 30^o](9.8\ m/s^2)} = 4.2\ m$$

(b) Quando o bloco chega do ponto mais alto, ele estará instantaneamente em repouso. Se o atrito estático é suficientemente alto, o corpo não escorrega de volta para baixo (Fig. 2 (b)). Determinamos agora o máximo valor de μ_s para que o bloco fique parado. Aplicamos novamente a segunda lei de Newton:

$$\sum F_x = f_{s,max} - F_g \sin\theta = 0 \implies f_{s,max} = F_g \sin\theta$$

$$\sum F_y = F_n - F_g \cos\theta = 0 \implies F_n = F_g \cos\theta$$

Como $f_{s,\max} = \mu_s F_n$, obtemos

$$\mu_s = \tan\theta$$

Substituindo $\theta = 30°$ checamos a $\mu_s = 0.58$.

(c) Para analizar a situação onde o bloco volta a deslizar para baixo, repetimos a mesma análise do item (a), mas consideramos agora que a força de atrito é na outra direção. A força normal continua sendo $F_n = mg\cos\theta$. No entanto, a 2a lei para a componente x passa a ser

$$ma_x = f_k - mg\sin\theta = \mu_k mg\cos\theta - mg\sin\theta.$$

Portanto, a aceleração será

$$a_x = -g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta).$$

A aceleração na queda é *menor* que a aceleração na subida ($a_x = -g(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)$) pois na subida tanto a força peso quanto o atrito tendem a desacelerar o bloco, ao passo que na descida a força peso tende a acelerar e o atrito a desacelerar.

3. **(1 ponto) Aposta:** Você e seu melhor amigo fazem uma aposta. Você alega poder colocar uma caixa de 2,0 kg encostada a um dos lados de um carrinho, como na Figura 3, sem que a caixa caia no chão, mesmo você garantindo que não fará uso de ganchos, cordas, prendedores, ímãs, cola ou qualquer outro tipo de adesivo. Quando seu amigo aceita a aposta, você começa a empurrar o carrinho no sentido mostrado na figura. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o carrinho é 0.70.

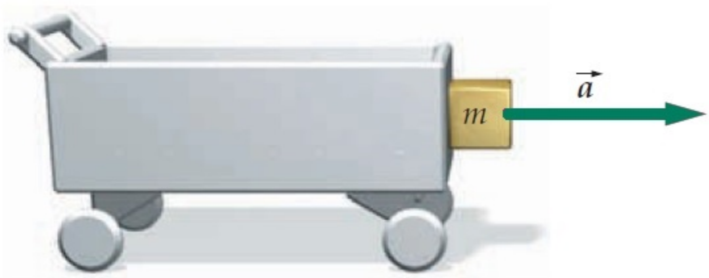

Figura 3

(a) Encontre a menor aceleração com a qual você vencerá a aposta.

(b) Qual é a magnitude da força de atrito, nesse caso?

(c) Encontre a força de atrito sobre a caixa se a aceleração é duas vezes a mínima necessária para que a caixa não caia.

Solução: Para que a caixa fique parada, a aceleração do carrinho deve ser suficientemente grande para que a força de atrito estática iguale o peso da caixa. Observa-se que, nessa condição, a caixa se encontra no referencial não inercial representado pelo carrinho que está acelerando. Portanto, ela sentirá uma força no sentido oposto ao da aceleração. Vamos ver como determinar a aceleração minima usando a segunda lei de Newton.

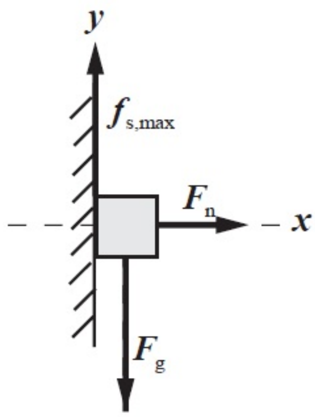

Figura 4

(a) Usamos o referencial denotado na Figura 4. A 2a lei para as componentes x e y fornecem, portanto:

$$\sum F_x = F_n = ma_x$$

$$\sum F_y = f_s - mg = 0$$

A aceleração mínima, a_x^{min} ocorre quando a força de atrito estática atinge seu valor máximo, $f_s^{\text{max}} = \mu_s F_n$. Nesse caso, obtemos portanto

$$\mu_s m a_x^{\text{min}} = mg \qquad \rightarrow \qquad a_x^{\text{min}} = \frac{g}{\mu_s}$$

Para que o bloquinho não caia, a aceleração deve ser maior ou igual a a_x^{min}. Substituindo os valores, obtemos $a_x^{\text{min}} = 14$ m/s^2.

(b) Das equações anteriores obtemos:

$$f_s^{\text{max}} = mg \implies f_s^{\text{max}} = (2\ kg) \cdot (9.8\ m/s^2) = 16,6\ N$$

(c) Se a aceleração a é duas vezes aquela necessária para que a caixa fique na posição, f_s ainda fica no mesmo valor máximo calculado acima: $f_s^{\text{max}} = 24.5N$.

4. **(1,5 pontos) Gira-gira:** No sistema da figura 5, a bolinha de massa m está amarrada por dois fios de massa desprezível ao eixo AB, que gira com velocidade angular constante ω. A distância AB vale ℓ. Calcule as tensões nos fios. Para qual valor de ω o fio inferior ficaria frouxo?

Solução: Consideramos um referencial não inercial, girando com a bolinha. O diagrama de forças atuando na bolinha num dado instante de tempo está denotado na Fig. 6. A força resultante será, portanto,

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{T}_1 + \boldsymbol{T}_2 - mg\hat{\jmath} - mr\omega^2\hat{\imath},$$

onde $-mg\hat{\jmath}$ é a força peso e $-r\omega^2\hat{\imath}$ é a força centrífuga. Aqui, r é o raio da bolinha com relação ao eixo. Ele está relacionado com a distância ℓ entre AB através da relação[1] $r = \frac{\sqrt{3}}{4}\ell$. Além disso,

[1]Divida o comprimento ℓ em duas partes, tal que

$$\ell_A + \ell_B = \ell$$

$$r = \ell_A \tan(30°) = \ell_B \tan(60°).$$

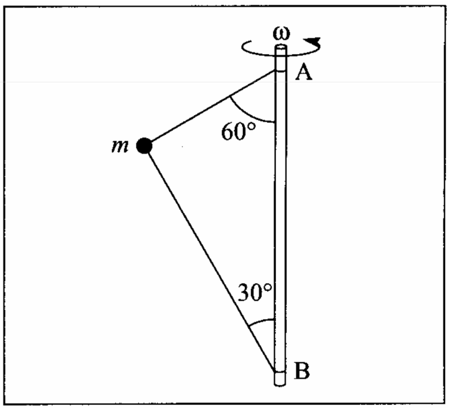

Figura 5

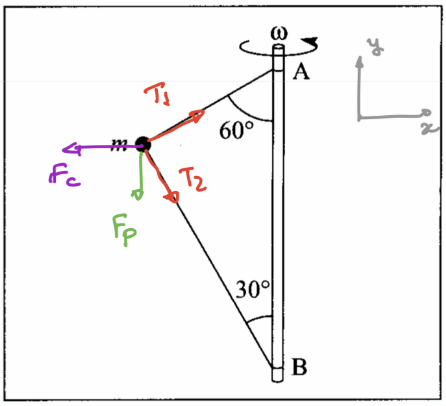

Figura 6

levando em conta os ângulos da figura, as tensões $\boldsymbol{T}_1$ e $\boldsymbol{T}_2$ podem ser escritas como

$$\boldsymbol{T}_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}T_1\hat{\imath} + \frac{T_1}{2}\hat{\jmath},$$

$$\boldsymbol{T}_2 = \frac{T_2}{2}\hat{\imath} - \frac{\sqrt{3}}{2}T_2\hat{\jmath},$$

onde T_1 e T_2 são os respectivos módulos. Note que ambas tem componentes positivas na direção x, ao passo que em y temos T_1 positiva mas T_2 negativa. Para que o movimento seja estável, a força resultante nas direções x e y devem se anular (garantindo que o movimento só ocorra na direção z, saindo do plano da figura). Com isso obtemos as condições:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}T_1 + \frac{T_2}{2} = mr\omega^2,$$

$$\frac{T_1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}T_2 = mg.$$

Resolvendo (e substituindo também $r = \frac{\sqrt{3}}{4}\ell$) chegamos a

$$T_1 = \frac{m}{2}\left(\frac{3\ell\omega^2}{4} + g\right),$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{3}m}{2}\left(\frac{\ell\omega^2}{4} - g\right).$$

Esses resultados se referem somente à magnitude das tensões. Note como no caso de T_2 a força centrífuga contribui positivamente, ao passo que a gravidade contribui negativamente. Ou seja, a gravidade tende a *afrouxar* T_2. Isso define, portanto, uma velocidade angular crítica ω_c tal que $T_2 = 0$:

$$\omega_c = 2\sqrt{g/\ell}.$$

5. **(1 ponto) Caráter vetorial da força:** Uma força horizontal F constante puxa um pacote sobre uma superfície sem atrito. Consideramos um referencial xy localizado na mesma superfície. As Figuras 7 (a) e (b) representam as componentes x e y da velocidade como função do tempo t. Qual é o módulo da aceleração $\mathbf{a}$? E qual a direção da força $\mathbf{F}$?

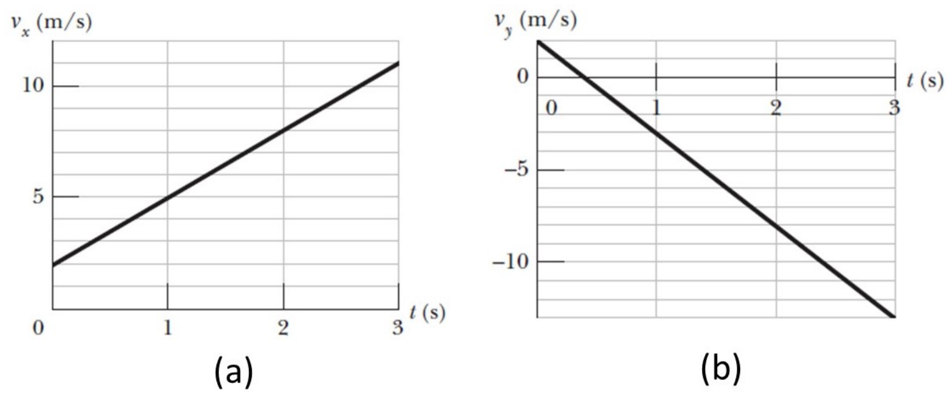

Figura 7

Solução: Os gráficos na Figura 7 representam a velocidade nas direções x e y. Portanto, a inclinação das retas nos fornecerá as acelerações a_x e a_y:

$$a_x = 3.0\ m/s^2 \qquad \text{e} \qquad a_y = -5.0\ m/s^2$$

Resolvendo, encontramos $\ell_A = 3\ell/4$ e $\ell_B = \ell/4$. Com isso, obtemos então $r = \ell_A \tan(30°) = \sqrt{3}\ell/4$.

O módulo da aceleração será, portanto,

$$a = \sqrt{(3.0\ m/s^s)^2 + (-5.0\ m/s^2)^2} = 5.83\ m/s^2]$$

A direção da força é a mesma da aceleração e dada por $\tan\theta = a_y/a_x$. Ou seja,

$$\theta = \tan^{-1}[(-5.0\ m/s^2)/(3.0\ m/s^2)] = -59.0^o$$

6. **(1 ponto) Força gravitacional:** Uma espaçonave de massa 1500kg está na posição com coordenadas $(3 \cdot 10^5;\ 7 \cdot 10^5;\ 0)$ m com respeito a um certo referencial. No mesmo referencial um asteroide de massa $7 \cdot 10^{15}$kg está na posição $(-9 \cdot 10^5;\ -3 \cdot 10^5;\ 0)$ m. Não há outros objetos nas proximidades.

   (a) Determine (graficamente e analiticamente) o vetor da posição relativa $\vec{r}$ que aponta da nave para o asteroide.

   (b) Determine a força exercida pela espaçonave sobre o asteroide.

   (c) Determine a força exercida pelo asteroide sobre a espaçonave.

Solução:

(a) O vetor posição relativo é representado na figura 8. O módulo do vetor é:

$$r = \sqrt{[(3+9) \cdot 10^5\ m]^2 + [(7+3) \cdot 10^5\ m]^2} = 15.6 \cdot 10^5\ m$$

Direção:

$$\theta = \arctan\frac{10}{12} = 0.69\ rad \sim 39^o$$

Sentido que aponta para o asteroide, como indicado em figura.

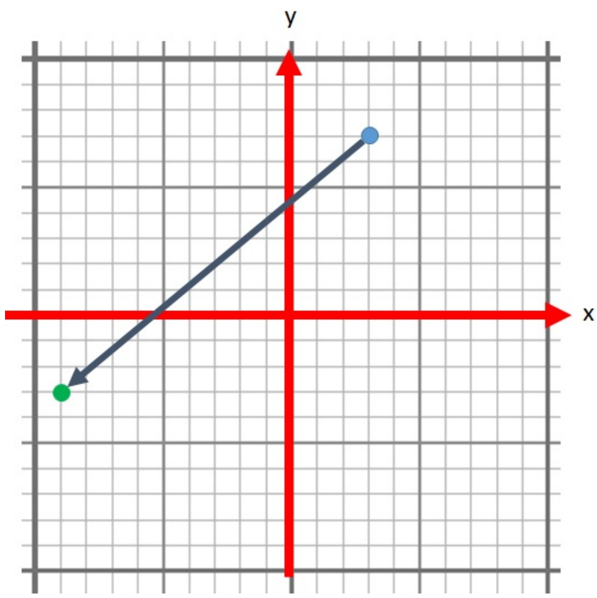

Figura 8

(b) Pela lei de gravitação universal, a força de exercida pela espaçonave sobre o asteroide será:

$$F = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg^2 s^2}\frac{1500\ kg \cdot 7 \cdot 10^{15}\ kg}{(15.6 \cdot 10^5\ m)^2} = 0.29 \cdot 10^{-3}\ N$$

(c) Pela terceira lei de Newton, a força exercida pelo asteroide sobre a espaçonave tem o mesmo módulo mesma direção e sentido oposto da força determinada no item anterior.

7. **(1,5 pontos) 3 bloquinhos:** Um bloco de massa m_B está em repouso sobre um outro bloco de massa m_A, que por sua vez está disposto sobre uma mesa horizontal, como na Figura 9. O coeficiente de atrito cinético entre A e a mesa vale μ_c e o coeficiente de atrito estático entre A e B vale μ_e. Um fio leve liga, por meio de uma polia, o bloco A a um outro bloco C de massa m_C, suspenso verticalmente como na figura. Qual deve ser o maior valor permitido para a massa m_C para que os blocos A e B deslizem juntos?

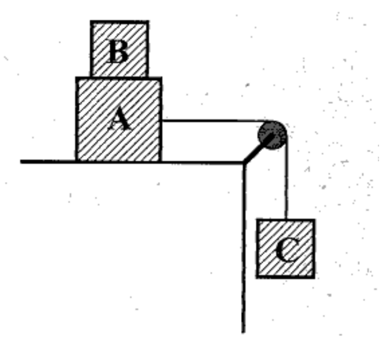

Figura 9

Solução: Usamos um sistema de coordenadas como denotado na Figura 10. Para resolver esse problema, o mais importante é desenhar os diagramas de forças para os 3 blocos. Focando nas forças horizontais para A e B, e na componente vertical para C, temos

$$m_A a_A = T - F_{\text{at}}^{(A)} - F_{\text{at}}^{(B)}$$

$$m_B a_B = F_{\text{at}}^{(B)}$$

$$m_C a_C = m_C g - T.$$

A lógica aqui é a seguinte. No bloco C atuam apenas a força peso e a tensão na corda T. Já no bloco A, além da tensão na corda, há também duas forças de atrito: a força de atrito cinético $F_{\text{at}}^{(A)}$, devido ao contato entre A e a mesa, e a força de atrito estático $F_{\text{at}}^{(B)}$, devido à superfície entre A e B. Essa força $F_{\text{at}}^{(B)}$ também aparece na 2a lei para o bloco B, com sinal contrário, devido ao princípio de ação e reação.

Para determinar $F_{\text{at}}^{(A)}$ e $F_{\text{at}}^{(B)}$ temos que analisar as componentes verticais. A normal na superfície entre A e B é $m_B g$, ao passo que a normal na superfície entre A e a mesa será $(m_A + m_B)g$. O atrito $F_{\text{at}}^{(A)}$ é cinético e, portanto, será $F_{\text{at}}^{(A)} = \mu_c(m_A + m_B)g$. Já o atrito $F_{\text{at}}^{(B)}$ é estático, e portanto, deverá variar linearmente com a força resultante, até um valor máximo $F_{\text{at}}^{(B,\text{max})} = \mu_e m_B g$. Com isso, as leis de Newton para cada bloco se tornam

$$m_A a_A = T - \mu_c(m_A + m_B)g - F_{\text{at}}^{(B)}$$

$$m_B a_B = F_{\text{at}}^{(B)}$$

$$m_C a_C = m_C g - T.$$

Agora impomos os vínculos do problema. Queremos que os 3 blocos deslizem em conjunto. Portanto, devemos ter $a_A = a_B = a_C = a$. Resolvendo para a obtemos

$$a = g\frac{\big[m_C - \mu_c(m_A + m_B)\big]}{m_A + m_B + m_C}.$$

Esse resultado vale enquanto o bloco B não estiver deslizando sobre A. A condição limite para que isso ocorra é quando $m_B a_B = m_B a$ se equiparar com a força máxima $F_{\text{at}}^{(B,\text{max})} = \mu_e m_B g$. Disso obtemos a equação $m_B a = \mu_e m_B g$ ou $a = \mu_e g$. Utilizando o valor que obtivemos para a e resolvendo para m_C chegamos finalmente a

$$m_C < \frac{(m_A + m_B)(\mu_e + \mu_c)}{1 - \mu_e}.$$

Se m_C for maior que esse valor, o bloco B passará a deslizar sobre o bloco A.

Esse resultado depende de uma forma um pouco atípica em $1 - \mu_e$: é perfeitamente possível ter $\mu_e > 1$ e portanto, parece que a condição se torna $m_C < 0$. Isso deve ser interpretado com cuidado. O que acontece é que, se $\mu_e > 1$, não existe solução da equação $a = \mu_e g$ com $m_C > 0$ (tente se convencer disso). Isso significa que o bloco B *nunca* desliza, o que faz sentido: μ_e mede o atrito entre A e B. Se ele é muito grande, não tem massa m_C que fará um deslizar com relação ao outro. É curioso, no entanto, que isso ocorra. Ingenuamente esperaríamos que para qualquer μ_e, sempre deveria existir uma massa gigante m_C que faria B deslizar.

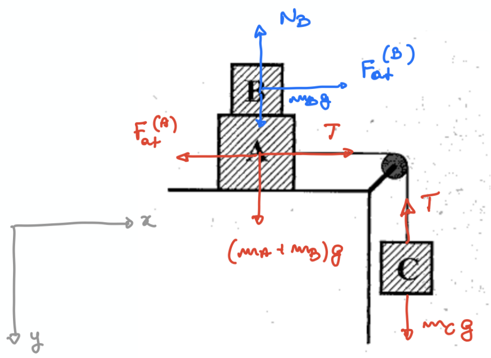

Figura 10

8. **(1,5 pontos) Forças não inerciais:** Uma pessoa viaja na traseira de um caminhão aberto, acelerado uniformemente com aceleração a, numa estrada perfeitamente horizontal. Entediada, a pessoa começa a jogar uma bola para cima, com o intuito de pegá-la sem ter que sair do lugar (e sem ter que mexer a mão). Qual o ângulo θ com a vertical que a bola deve ser arremessada para que isso ocorra? Resolva esse problema usando referenciais não inerciais. Em seguida, resolva-o novamente usando um referencial inercial e verifique que dá o mesmo resultado.

Solução: Tomamos um referencial com a origem na mão da pessoa, dentro do caminhão, com o eixo y direcionado para cima e o eixo x na direção que o caminhão se move. Como este referencial é não inercial, a 2a lei de Newton se modifica para

$$m\boldsymbol{a} = -mg\hat{\jmath} - mA\hat{\imath}.$$

Ou seja, além da força peso, que continua sendo vertical, temos também a força não inercial mA devido à aceleração do caminhão. Essa força é na direção $-\hat{\imath}$ pois, se o caminhão acelera para frente, a pessoa é impelida para trás. A aceleração total da partícula, neste referencial será, portanto, $\boldsymbol{a} = -A\hat{\imath} - g\hat{\jmath}$. Como ambas as componentes são constantes, as equações horárias serão

$$x(t) = v_{0x}t - \frac{At^2}{2},$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}.$$

Podemos parametrizar a velocidade inicial como $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ e $v_{0y} = v_0 \sin\theta$. Queremos escolher θ tal que, quando $y = 0$ (ou seja, quando a bola volta à mão da pessoa), tenhamos também $x = 0$. Colocando $x = y = 0$ obtemos, portanto,

$$v_0 \cos\theta t - \frac{At^2}{2} = 0,$$

$$v_0 \sin\theta t - \frac{gt^2}{2} = 0.$$

Temos então duas equações para duas incógnitas (o ângulo θ e o tempo t onde $x = y = 0$. Vemos que $t = 0$ sempre é solução, mas ela não nos interessa. Cancelando o t de ambas as equações obtemos então

$$v_0 \cos\theta = \frac{At}{2},$$

$$v_0 \sin\theta = \frac{gt}{2}.$$

Dividindo a 2a pela primeira obtemos então

$$\tan\theta = \frac{g}{A}. \tag{1}$$

O ângulo de lançamento não depende da velocidade inicial, mas apenas da razão g/A. No limite $A \to 0$ (ou seja, quando o caminhão não está acelerado), obtemos $\tan\theta \to \infty$, o que ocorre quando $\theta = \pi/2$. Ou seja, nesse caso o lançamento é puramente vertical, já que o referencial volta a ser inercial.

Por outro lado, podemos resolver também o problema utilizando referenciais inerciais. Utilizamos um referencial parado na estrada, em um ponto arbitrário. Nesse caso a aceleração resultante da bola será somente devido à gravidade. As equações horárias, contando o tempo a partir do lançamento da bola, serão portanto

$$x(t) = x_0 + (v_{c0} + v_0 \cos\theta)t,$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta t - \frac{gt^2}{2}.$$

Na equação para $x(t)$ eu já me adiantei e escrevi a velocidade inicial na direção x como sendo a velocidade inicial do caminhão no instante de lançamento, v_{c0} somada à velocidade com que a bola é lançada. Agora devemos levar em conta, também, que durante o tempo que a bola está no ar, o caminhão (e portanto a mão da pessoa) também está se movendo. Como o movimento é uniformemente acelerado, sua equação horária será

$$x_{\text{mão}} = x_0 + v_{c0}t + \frac{At^2}{2}.$$

Queremos que a bola atinja a mão da pessoa. Ou seja, queremos que quando $y = y_0$ (ou seja, quando y voltar à sua posição incial), tenhamos $x = x_{\text{mão}}$. As condições são, portanto, diferentes das que tínhamos quando usamos um referencial não-inercial. É importante ser consistente nesse sentido. Com isso obtemos as duas equações:

$$x_0 + (v_{c0} + v_0 \cos\theta)t = x_0 + v_{c0} + \frac{At^2}{2},$$

$$0 = v_0 \sin\theta t - \frac{gt^2}{2}.$$

Simplificando, no entanto, vemos que essas são exatamente as *mesmas* equações que aparecem quando usamos referenciais não inerciais. Ou seja, as duas abordagens são consistentes.

9. **(1 ponto) Dieta:** Uma pessoa querendo emagrecer (e entediada por causa da quarentena) tem uma ideia brilhante. Ao invés de se pesar todos os dias na própria casa (usando uma balança confiável), ela resolve se pesar enquanto está subindo dentro do elevador do seu prédio. Se a pessoa pesa 80kg e a balança registra 70kg, qual a aceleração do elevador? Ele deve estar acelerando ou desacelerando? Dica: o que a balança mede, de fato, é a magnitude da força normal que ela exerce sobre a pessoa.

Solução: Para que a massa diminua, o elevador deve estar desacelerando. No referencial não inercial do elevador, a aceleração efetiva da pessoa será portanto $g - A$, onde $A > 0$ é a desaceleração do elevador. Esse valor deve compensar a normal que a balança exerce na pessoa. A leitura da balança é exatamente proporcional à normal e, portanto, será $m(g - A)$. A razão entre este resultado e mg deve ser proporcional à razão entre 70 e 80 kg. Ou seja,

$$\frac{70}{80} = \frac{m(g - A)}{mg}$$

Obtemos portanto

$$A = \frac{g}{8} = 1.225\text{m/s}^2.$$